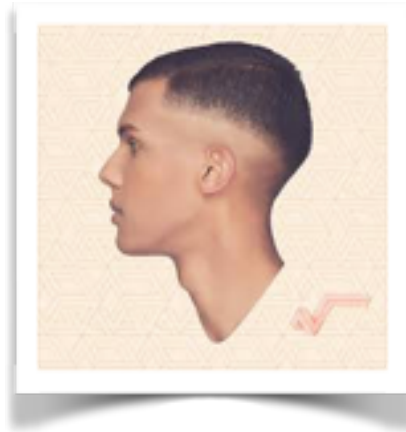


LA RACINE CARRÉE

Quelques auteurs, compositeurs, artistes, fascinés par la racine carrée.

- **Stromae**: chanteur actuel, auteur de l'album « Racine Carrée » illustré par sa coupe de cheveux.



- **Gilles Jobin**: auteur du poème « Racine Carrée De Trois » tiré d'un dialogue du film « Harold and Kumar Escape from Guantanamo Bay ».



Voici son poème

J'ai peur que pour toujours je devienne un chiffre comme racine de 3
et trois est tout ce qui est bon et vrai.
Pourquoi mon trois fait-il les frais,
d'une racine froide comme un neuf ?
J'aimerais plutôt être un neuf ;
car neuf est bien plus sympathique
quand on fait de l'arithmétique.
Connaîtrons-nous le même destin,
tel un point sept trois deux un (1.7321) ?
Car telle est ma réalité,
une triste irrationalité.
Mais ah !
qu'est-ce donc je vois ?
Une autre racine carrée de trois,
et qui tranquillement vient valser,
et nous voici multipliés,
formant notre chiffre préféré
réjouissons-nous d'être intégrés.
Libérés d'un mortel poids,
nous retrouvons enfin la joie,
notre racine carrée dénouée
et notre amour bien renoué.



– Marie-Claire Plante: artiste peintre qui a peint un tableau intitulé « Racine carrée ».



Extraire une racine carrée.

On peut extraire une racine carrée de plusieurs manières. Le but étant de trouver la racine carrée à moins d'une unité, d'un nombre en partant de celui-ci.

1ère façon: « À la mitaine » comme le faisaient Pagnol et Vian. (1910)

217. — Soit à extraire la racine carrée de 1 389.

$$\begin{array}{r|l}
 13.89 & 37 \\
 489 & 67 \\
 \hline
 469 & 7 \\
 \hline
 20 & 469
 \end{array}$$

Le plus grand carré contenu dans 13 est 9, dont la racine carrée est 3. Je pose 3 à la racine : — 3 fois 3 font 9 ; 9 ôtés de 13, il reste 4.

J'abaisse la tranche suivante, 89. — Je sépare le chiffre 9 sur la droite de 489 ; je double le chiffre 3 de la racine, ce qui fait 6, et je dis : En 48, combien de fois 6 ? Il y est 7 fois. Je place 7 à la droite de la racine, ce qui fait 37, et à la droite de 6, ce qui fait 67, et je multiplie 67 par 7. Le produit 469 peut se retrancher de 489, et donne 20 pour reste. Ce reste 20 n'est pas plus grand que 2 fois 37 ; donc le chiffre 7 est bon. Donc la racine cherchée est 37, à moins d'une unité.

2ème façon: Avec l'algorithme de Héron d'Alexandrie.



◆ L'algorithme de Héron d'Alexandrie

Chez les mathématiciens grecs, extraire la racine carrée de a revient à trouver un carré dont l'aire est a :

on cherche un carré qui a la même aire qu'un rectangle donné (origine agricole).

En prenant un rectangle de côté arbitraire x et de même aire a , il est nécessaire que l'autre côté ait pour longueur a/x . Pour le rendre « moins rectangle », il suffit de considérer un nouveau rectangle dont la longueur est la moyenne arithmétique des

$$\frac{x + a/x}{2}$$

deux côtés précédents soit $\frac{x + a/x}{2}$ et dont l'aire reste a .

En répétant infiniment le processus, le rectangle se transforme petit à petit en un carré de même aire.

Pour déterminer la racine carrée du nombre (positif) a , il convient dès lors de considérer la suite définie par récurrence de la façon suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{a}{x_n}}{2}$$

Cet algorithme donne très vite un grand nombre de chiffres significatifs.

Le calcul peut être commencé avec n'importe quelle valeur différente de zéro.

.Exemple avec la racine de 2 en partant de 1

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = (1 + 2/1) / 2 = 3/2 = 1,5$$

$$x_2 = (1,5 + 2/1,5) / 2 = 17/12 \sim 1,4166666$$

$$x_3 = (17/12 + 2/(17/12)) / 2 = 577/408 \sim 1,41421568$$

$$x_4 = (577/408 + 2/(577/408)) / 2 \sim 1,4142135$$

Nous avons déjà 5 décimales qui sont correctes : 1,41421

En pratique on se fixe une précision et on arrête le calcul lorsque la différence entre les deux derniers résultats est inférieure à la précision souhaitée soit 10^{-5} pour l'exemple ci-dessus.

On peut constater l'exceptionnelle efficacité de cet algorithme.

Et encore beaucoup d'autres façons plus complexes.

La racine carrée ne peut jamais être négative, elle est toujours positive.

Exemples d'extraction de racines carrées.

Soit à extraire la racine carrée de 3465.

34.65	58
25	108
96.5	8
864	864
101	

Je place 3465 à la place du dividende d'une division, Je sépare le nombre en deux tranches et je me demande quel est le plus grand carré contenu dans 34. Il s'agit de 25 dont la racine est 5. Je pose 5 au diviseur et je soustrais 25 de 34 ce qui fait 9. Et je descends 65. Je sépare le chiffre 5 sur la droite de 965. Je double le chiffre 5 de la racine, ce qui fait 10 et je le place au quotient. Et je dis en 96 combien de fois 10? Il y est 8 fois(en réalité 9 mais ce chiffre est trop grand). Je pose 8 au diviseur et au quotient et je multiplie 108 par 8. Le produit étant de 864 peut être retranché de 965, ce qui donne un reste de 101. Ce reste n'est pas plus grand que 2 fois la racine(58) sinon la racine est fautive. Donc $58 \times 58 + 101$ font 3465 donc la racine cherchée est bien 58 à moins d'une unité.

Soit à extraire la racine carrée de 912.

9.12	30
9	60
0 1.2	0
0	0
12	



Donc $30 \times 30 + 12$ font 912 donc la racine cherchée est bien 30 à moins d'une unité.

Voici un poème sur la racine carrée écrit par
moi même.

Chère Racine, toi qui aimes tant imaginer des rôles, esquisser tes aventures
Tu es la racine de la vie, la racine du monde, la racine de l'arbre.
Toujours positive, jamais pessimiste,
Tu aimes que les choses soient carrées et tu hais la difformité.
Auparavant on t'extrayait du sol, on t'arrachait les racines,
Mais à présent ce n'est plus de mon temps.
Tu t'es formée de la façon la plus régulière et de ses diagonales,
Tu n'es pas banale.
Sous ton parapluie se cache le reflet de ton âme.
Ce poème t'est destiné, la racine carrée.

